|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***-Lycée : Elamel Fouchana*** | ***Devoir de******synthèse N°2*** |  ***-Date : 07/03/2013*** ***-Durée : 3h*** |
| ***- Classes : 4éme T1+T2+T3*** |

***Exercice n°1 : (3points)***

*Cocher la réponse exacte en justifiant la réponse*

1. $\lim\_{x\to 1}\frac{lnx}{x^{2}-3x+2}=$
2. *0 ; b)1 ; c) – 1*
3. *Si x est un réel de ] – 1, 0[ alors ln(x2 +x) =*
4. *lnx +ln(x+1) ; b)lnx2 +ln(x+1) ; c)ln(-x) +ln(x+1)*
5. *Si A,B ,C et D sont quatre points de l’espace tels que* $\vec{AB}∧\vec{CD}$*=* $\vec{AB}∧\vec{BD}$ *alors :*
6. *(AB) // (CD) ; b) A, B et C sont alignés ; c) (AB)*$⊥$ *(BD)*
7. *Si (o ;*$\vec{i};\vec{j};\vec{k}$*) est un repère orthonormé direct de l’espace alors : (*$\vec{i}-\vec{j}$*)*$ ∧$ *(*$\vec{i}+\vec{j}$*)=*
8. $\vec{k}$ *; b)* $2\vec{k}$ *; c)* $-2\vec{k}$

***Exercice n°2 : (6points)***

***I/****Soit g la fonction définie sur ]0 ;+*$\infty $*[ par g(x) = x2 + 1 – lnx*

1. *Dresser le tableau de variation de g*
2. *En déduire que g(x)*$\geq $ *0 pour tout x* $$ *]0 ;+*$\infty $*[*

***II/****Soit f la fonction définie sur ]0 ;+*$\infty $*[ par f(x) = x+2 +*$\frac{lnx}{x}$

1. *a)Montrer que f est dérivable sur ]0 ;+*$\infty $*[ et que f’(x) =* $\frac{g(x)}{x^{2}}$

*b) Dresser le tableau de variation de f*

1. *Soit (C ) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O,*$\vec{i},\vec{j}$*)*

*a)Montrer que* $∆$*: y= x+2 est une asymptote à (C )*

*b) Etudier la position de (C ) et* $∆$

1. *a)Montrer que f réalise une bijection de ]0 ;+*$\infty $*[ sur IR*

*b)Calculer f(1). En déduire (f -1)’(3)*

1. *Soit (C’) la courbe représentative de f -1 dans (O,*$\vec{i},\vec{j}$*)*

*a)Préciser les asymptotes de (C’ )*

*b)Tracer (C ) et (C’)*

***Exercice n°3 : (6points)***

*Dans l’espace est rapporté à un repère orthonormé direct ; on considère les points A(0 ;1 ;0) ; B(1 ; 0 ;- 2) ; C(0 ;0 ;-1) et D(1 ; -1 ;0)*

1. *a)Déterminer les composantes du vecteur* $\vec{AB}∧\vec{AC}$

*b) En déduire une équation cartésienne du plan P passant par A,B et C*

1. *a)Montrer que ABCD est un tétraèdre*

*b) Calculer le volume de ABCD*

1. *a)Calculer l’aire du triangle ABC*

*b) Vérifier que C est le projeté orthogonal de D sur le plan P*

*c)En déduire la distance du point D au plan P*

1. *Soit S l’ensemble des points M (x ;y ;z) tels que : x2+y2 + z2 – 2x + 2y – 2=0*

*a)Montrer que S est une sphère dont on précisera le centre et le rayon*

*b)Montrer que P et S sont sécants suivant un cercle* $ C$ *dont on précisera le centre et le rayon*

***Exercice n°4 : (5points)***

 *f désigne une fonction dérivable sur IR et (*$C$ *) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (o,*$\vec{i},\vec{j}$*)*

* *(*$C$ *) admet une branche infinie parabolique de direction (o,*$\vec{i}$*)*
* *Le tableau de variation de f est le suivant*

|  |  |
| --- | --- |
| *x* | *-*$\infty $ *0 3 +*$\infty $ |
| *f’(x)* |  ***-*** *0*  ***+*** *0*  ***+*** |
| *f(x)* | *-1 +*$\infty $***1*** *-3* |

***I/***

1. *Montrer que l’équation f(x) = 0 admet une solution* $α$ *unique dans ]0 ;3[*
2. *Donner suivant les valeurs de x , le signe de f(x)*
3. *Ecrire l’équation de la tangente T à (*$C$*)au point d’abscisse 3*
4. *Tracer (*$C$ *) ( on prendra* $α$ *= 2)*

***II/*** *Soit F la fonction définie par F(x) = ln(f(x))*

1. *Déterminer le domaine de définition de F*
2. *Déterminer* $\lim\_{x\to α^{+}}F(x)$ *et* $\lim\_{x\to +\infty }F(x)$
3. *Montrer que (*$C$*F ) admet une branche infinie de direction (o,*$\vec{i}$*)*
4. *Dresser le tableau de variation de F*
5. *Montrer que le point I(3,0) est un point d’inflexion pour (*$C$*F )*
6. *Déterminer la primitive sur [3 ;+*$\infty $*[ qui s’annule en 3 de la fonction g définie par : g(x) =* $\frac{f\left(x\right)+ f^{'}(x)}{f(x)}$